



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



PENGARUH HUKUMAN MATI TERHADAP DINAMIKA JUMLAH PENGGUNA NARKOBA DI INDONESIA PADA POPULASI TERBUKA

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

LENA ELVERIDA BR.HOTANG
11454201887



UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2019**



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

**PENGARUH HUKUMAN MATI TERHADAP DINAMIKA
JUMLAH PENGGUNA NARKOBA DI INDONESIA
PADA POPULASI TERBUKA**

TUGAS AKHIR

oleh:

LENA ELVERIDA BR.HOTANG

11454201887

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, 20 Desember 2019

Ketua Program Studi

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003

Pembimbing

Mohammad Soleh, M.Sc.
NIP. 19751231 200901 1 052



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

**PENGARUH HUKUMAN MATI TERHADAP DINAMIKA
JUMLAH PENGGUNA NARKOBA DI INDONESIA
PADA POPULASI TERBUKA**

TUGAS AKHIR

oleh:

LENA ELVERIDA BR.HOTANG
11454201887

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 20 Desember 2019

Pekanbaru, 20 Desember 2019
Mengesahkan,
Ketua Program Studi



Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag.
NIP. 19660640 199203 1 004

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003

DEWAN PENGUJI

Ketua : Corry Corazon Marzuki, M.Si.
Sekretaris : Mohammad Soleh, M.Sc.
Anggota I : Dr. Yuslenita Muda, M.Sc.
Anggota II : Irma Suryani, M.Sc.



LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum, dengan ketentuan bahwa hak cipta ada pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan atas izin penulis dan harus dilakukan mengikut kaedah dan kebiasaan ilmiah serta menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin tertulis dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan dapat meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya dengan mengisi nama, tanda peminjaman, dan tanggal pinjam pada form peminjaman.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

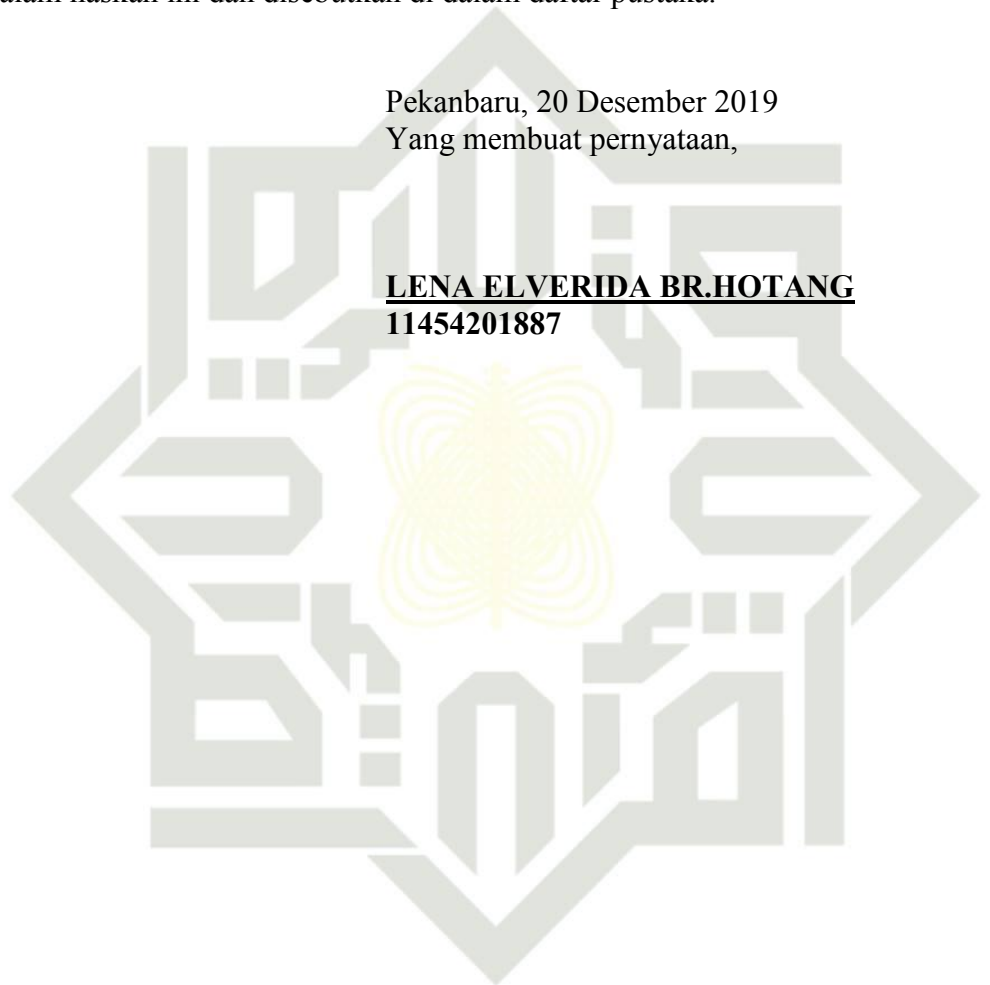


LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah di tulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan di dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 20 Desember 2019
Yang membuat pernyataan,

LENA ELVERIDA BR.HOTANG
11454201887



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERSEMBAHAN

Terimakasih kepada Tuhan Yang Maha Esa, sujud syukur ku kupersembahkan kepadamu ya Tuhan yang Maha Agung nan Maha Tinggi nan Maha Adil nan Maha Penyayang, atas kuasamu telah kau jadikan aku manusia yang senantiasa berpikir, berilmu, beriman dan bersabar dalam menjalani kehidupan ini. Semoga keberhasilan ini menjadi satu langkah awal bagiku untuk meraih cita-cita besarku.

Teruntuk orangtuaku, ku persembahkan sebuah karya kecil berupa tugas akhir ini untukmu. Terimakasih atas kesabaranmu selama ini, terimakasih atas doa semangat dan motivasi yang kau berikan untuk ku hingga sampai saat ini, terimakasih atas lidah dan mulut yang tak pernah lelah menasihati ku walau terkadang nasihat itu sering ku abaikan. Terimakasih untuk bahu yang tak pernah lelah untuk menjadi tempat sandaranku di saat aku tengah terpuruk dan kembali menyemangati ku agar menjadi orang yang lebih baik untuk kedepannya. Maafkan segala kesalahan yang selama ini kulakukan baik yang di sengaja dan tidak di sengaja.

Terimakasih Tuhan atas berkat kemurahanmu yang telah engkau limpahkan sehingga kami bisa melalui hari demi hari hingga sampai pada saat ini mulai dari susah hingga senang dan mulai dari sakit hingga sehat kita bersama sama melaluinya. Semoga Tuhan menjauhkanmu dari segala marabahaya, membalas segala kebaikanmu, dan semoga engkau selalu di beri kesehatan wahai kedua orang tuaku.

Aku juga bersyukur memiliki kakak dan adik-adikku yang tak pernah lelah memberiku nasihat, menegurku jika salah dan selalu memberikanku masukan jika apa yang aku lakukan tidak baik menurut kalian. Aku beruntung memiliki kakak dan adik-adikku (Rayani Sihotang), (Yulinda Sihotang) dan (Dani Sihotang).

Teruntuk teman temanku :

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Terimakasih untuk waktu yang telah kita lewati, kita melewati masa suka duka bersama-sama dan telah mengajarkanku banyak hal agar aku tidak menjadi perempuan yang pendiam dengan kerasnya kehidupan, terimakasih telah banyak mensupportku agar aku bisa melalui rintangan yang pernah aku hadapi, terimakasih atas bantuan yang kalian berikan selama ini baik nasihat ataupun motivasi. Kepada anggota Andaliman_Squad: Ayu lestari Tambunan dan Paradita Simambela. Kepada anggota Go Go Girls: Feny, Fitriani, Ikke, Rahma, Rati, Salamah dan Syafrika. Kepada seluruh teman-temanku yang tidak dapat disebutkan satu per satu yang telah memberikanku kesempatan mengenal dunia mahasiswa dan organisasi yang selalu menghiasi warna-warni kehidupan di masa perkuliahanku, terima kasih atas segala bantuan dan dorongan kalian semua. Semoga kita selalu di beri semangat dalam menjalani lika-liku kehidupan ini...

Kepada Bapak Mohammad Soleh, M.Sc selaku dosen pembimbing yang sangat baik dan sabar dalam membimbing dalam pengerjaan tugas akhir ini, Bapak Aprijon, S.Si, M.Ed selaku dosen pembimbing akademik yang selalu memberi motivasi untuk proses perkuliahan, Ibu Dr. Yuslenita Muda, M.Sc dan Ibu Irma Suryani, M.Sc selaku penguji tugas akhir saya atas kritik dan saran yang telah diberikan. Kepada seluruh dosen program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Uin Suska Riau yang telah memberikanku kesempatan menempuh dunia perkuliahan dengan baik.

Tidak ada kata lain selain terimakasih yang bisa ku ucapkan untuk kalian semua. Kalian bagaikan embun penyejuk di pagi hari dan selalu membuatku tersenyum. Maafkan segala kesalahan yang pernah kuperbuat selama ini. Doa akan selalu kupanjatkan untuk kalian semua bersama itu aku persembahkan skripsi ini.

-Lena Elverida Br.Hotang-



1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

PENGARUH HUKUMAN MATI TERHADAP DINAMIKA JUMLAH PENGGUNA NARKOBA DI INDONESIA PADA POPULASI TERBUKA

LENA ELVERIDA BR.HOTANG
11454201887

Tanggal Sidang : 20 Desember 2019
Tanggal Wisuda: 2019

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRAK

Pada tugas akhir ini akan di bahas tentang model matematika dinamika jumlah pengguna narkoba dengan memperhatikan adanya efek/dampak hukuman mati dan adanya migrasi menggunakan model SIR. Pada model SIR dihasilkan titik ekuilibrium dan kestabilan titik ekuilibriumnya. Setelah di analisis kestabilan titik ekuilibrium tak endemik pengguna narkoba akan stabil asimtotik untuk $R_0 - \frac{D_3}{D_2 + \beta} < 1$ dan $R_0 + \frac{\beta \gamma}{D_3} < 1$. Sedangkan kestabilan titik ekuilibrium endemik pengguna narkoba akan stabil asimtotik dengan menggunakan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz. Dilakukan simulasi dan didapatkan hasil bahwa pengguna narkoba sangat ditentukan oleh besarnya laju pemulihan kebiasaan menyalahgunakan narkoba antara kelompok individu pengguna dengan kelompok individu rentan (α), laju tingkat kesembuhan (β), laju efek/dampak hukuman mati yang sudah diberlakukan pemerintah (k) dan laju imigrasi (m_1). Jika α dan m_1 kecil dari β dan k maka pengguna narkoba akan semakin sedikit. Jika α dan m_1 besar dari β dan k maka pengguna narkoba akan semakin banyak.

Katakunci: Hukuman mati, migrasi, model SIR, Routh-Hurwitz, titik ekuilibrium.

UIN SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

THE EFFECT OF THE DEATH PENALTY ON THE DYNAMICS OF THE NUMBER OF DRUG USERS IN INDONESIA IN THE OPEN POPULATION

LENA ELVERIDA BR.HOTANG
11454201887

Date of Final Exam : December 20, 2019
Date of Graduation Ceremony : 2019

Mathematics Department
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas Street No. 155 Pekanbaru

ABSTRACT

In this final project will be discussed about the mathematical model of the dynamics of the number of drug users by taking into account the effects / effects of the death penalty and migration using the SIR model. In the SIR model, the equilibrium point and the equilibrium point stability are produced. After analysis of the stability of the endemic equilibrium point, drug users will be asymptotically stable for $R_0 - \frac{D_3}{D_2 + \beta} < 1$ and $R_0 + \frac{\beta \gamma}{D_3} < 1$. Whereas the stability of endemic equilibrium points for drug users will be asymptotically stable using the Routh-Hurwitz stability criteria. Simulations were carried out and the results were obtained that drug users were very much determined by the magnitude of the rate of transmission of drug abuse between groups of users and vulnerable groups of individuals (α), the rate of cure (β), the rate of effect / impact of the death penalty that had been imposed by the government (k) and the rate of immigration (m_1). If (α) and (m_1) smaller than (β) and (k) then drug users will be less and less. If (α) and (m_1) greater than (β) and (k) then there will be more and more drug users.

Keywords: Death penalty, equilibrium point, migration, Routh-Hurwitz, SIR model.

UIN SUSKA RIAU



KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas Berkah, Ilmu, dan Karunia-Nya, sehingga penulis dapat mengerjakan dan menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul ***“Pengaruh Hukuman Mati Terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia Pada Populasi Terbuka”*** sebagai salah satu syarat untuk mendapatkan gelar sarjana akademik di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Banyak sekali yang telah penulis peroleh berupa ilmu pengetahuan dan pengalaman selama menempuh pendidikan di Program Studi Matematika. Penulis berharap Tugas Akhir ini nantinya dapat berguna bagi semua pihak yang memerlukannya. Penulisan Tugas Akhir ini tidak terlepas dari bantuan dari berbagai pihak. Maka dari itu, pada kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih yang setulusnya kepada pihak-pihak yang terkait berikut:

1. Teristimewa kedua Orang tua saya yang telah mendo'akan dan memberikan dukungan, serta motivasi agar saya dapat tawakal dan sabar sehingga sukses memperoleh kelancaran dalam menyelesaikan tugas akhir ini dengan baik.
2. Bapak Prof. Dr. KH. Akhmad Mujahidin, S.Ag, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
5. Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
6. Ibu Dr. Yuslenita Muda, M.Sc dan Ibu Irma Suryani, M.Sc selaku Penguji yang telah memberikan kritikan dan saran dalam penulisan tugas akhir ini.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

7. Bapak Mohammad Soleh, M.Sc selaku Pembimbing tugas akhir yang telah banyak membantu, memberi bimbingan, memberi arahan, saran, motivasi, dukungan serta ilmunya dalam penulisan tugas akhir ini.

8. Semua dosen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberi masukan, motivasi serta ilmunya.

9. Teman-teman Andaliman_Squad (Ayu Lestari Tambunan dan Paradita Sinambela, S.Ars) dan GoGoGirls (Feny, Fitri, Ikke, S.Si, Rahma, S.Si, Rati, Salamah dan Syafrica(Sepii) yang masih setia menemani penulis dalam penyelesaian tugas akhir ini.

10. Semua pihak yang telah banyak membantu dan memberi motivasi dalam pengerjaan Tugas Akhir ini mulai dari awal hingga selesai yang tidak mungkin disebutkan satu persatu, terimakasih atas bantuannya semoga ilmu yang diberikan kepada penulis dapat bermanfaat.

Semoga kebaikan yang telah mereka berikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapat balasan yang setimpal dari Tuhan. Aamiin.

Saya menyadari dalam penulisan laporan ini masih banyak terdapat kekurangan serta kesalahan, untuk itu dengan segala kerendahan hati, saya menerima segala saran serta kritik yang bersifat membangun, agar lebih baik di masa yang akan datang.

Harapan saya, semoga laporan Tugas Akhir ini dapat berguna khususnya bagi penulis sendiri, serta memberikan manfaat yang luar biasa bagi pembaca dimasa mendatang.

Pekanbaru,
Penulis

Lena Elverida Br.Hotang



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR.....	x
DAFTAR ISI.....	xii
DAFTAR SIMBOL	xiv
DAFTAR GAMBAR.....	xv
DAFTAR TABEL	xvi
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	I-1
1.2 Rumusan Masalah.....	I-3
1.3 Batasan Masalah	I-3
1.4 Tujuan Penelitian	I-4
1.5 Manfaat Penelitian	I-4
1.6 Sistematika Penulisan	I-5
 BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	II-1
2.2 Titik Ekuilibrium dan Analisa Kestabilan Titik Ekuilibrium	II-5
2.3 Rasio Reproduksi Dasar (R_0)	II-9
2.4 Model Matematika Pengaruh Hukuman Mati Terhadap Dina mika Jumlah Pengguna Narkoba	II-10



BAB III METODE PENELITIAN

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pembentukan Model Matematika Pengaruh Hukuman Mati Terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia Pada Populasi Terbuka	IV-1
4.2 Titik Ekuilibrium Pengguna Narkoba	IV-5
4.2.1 Titik Ekuilibrium Tak Endemik Pengguna Narkoba	IV-5
4.2.2 Titik Ekuilibrium Endemik Pengguna Narkoba	IV-6
4.3 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	IV-8
4.4 Analisa Kestabilan Titik Ekuilibrium	IV-9
4.4.1 Kestabilan Titik Ekuilibrium Tak Endemik Pengguna Narkoba	IV-10
4.4.2 Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik Pengguna Narkoba	IV-13
4.5 Simulasi	IV-15
4.5.1 Simulasi Titik Ekuilibrium Tak Endemik Pengguna Narkoba	IV-15
4.5.2 Simulasi Titik Ekuilibrium Endemik Pengguna Narkoba	IV-18

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan	V-1
5.2 Saran	V-2

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR SIMBOL

S	Jumlah individu pada subpopulasi <i>Susceptible</i> (subpopulasi yang rentan menggunakan narkoba).
I	Jumlah individu pada subpopulasi <i>Infected</i> (subpopulasi yang menggunakan narkoba atau menggunakan sekaligus mengedarkan narkoba).
R	Jumlah individu pada subpopulasi <i>Recovered</i> (subpopulasi yang berhenti menggunakan narkoba namun dapat menjadi pengguna narkoba lagi karena beberapa faktor).
b	laju tingkat pertambahan individu menjadi 10 tahun.
μ	laju kematian alami dalam setiap populasi.
d	: laju kematian individu karena penyalahgunaan narkoba seperti overdosis.
α	: laju penularan kebiasaan menyalahgunakan narkoba antara kelompok individu pengguna dengan kelompok individu rentan.
k	: laju efek/dampak hukuman mati yang sudah diberlakukan pemerintah.
β	: laju tingkat kesembuhan (individu yang berhenti menggunakan narkoba).
γ	: laju tingkat individu yang sudah berhenti menggunakan narkoba menjadi individu pengguna narkoba kembali.
m	: laju imigrasi pada setiap subpopulasi.
m	: laju emigrasi pada setiap subpopulasi.
$\frac{a}{1+k}$: Adanya efek/dampak hukuman mati yang sudah di berlakukan pemerintah.

UIN SUSKA RIAU



DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
2. Diagram Alir Pemodelan SIR	II-10
4. Diagram Alir Model Matematika Pengaruh Hukuman Mati Terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia pada Populasi Ter- buka	IV-3
4. Simulasi Titik Ekuilibrium Tak Endemik Pengguna Narkoba	IV-17
4. Simulasi Titik Ekuilibrium Endemik Pengguna Narkoba.....	IV-19
4.4 Simulasi Pengguna Narkoba dengan $\alpha = 0.04, \beta = 0.9, k = 0.89$ $m_1 = 0.027$ dan $m_2 = 0.033$	IV-20
4. Simulasi Pengguna Narkoba dengan $\alpha = 0.64, \beta = 0.09, k = 0.07$ $m_1 = 0.067$ dan $m_2 = 0.043$	IV-21
4.6 Simulasi Pengguna Narkoba dengan $\alpha = 0.04, \beta = 0.9, k = 0.89$ $m_1 = 0.067$ dan $m_2 = 0.043$	IV-21

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

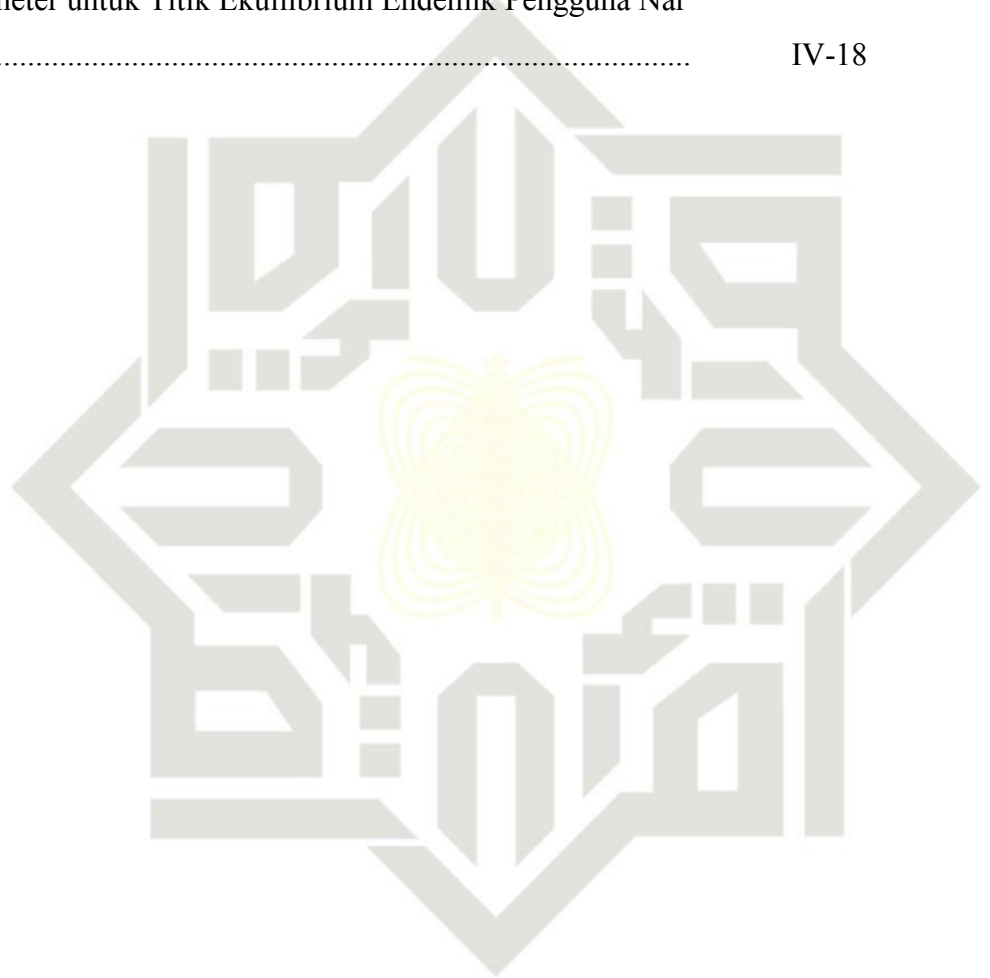
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
4-1 Nilai Parameter untuk Titik Ekuilibrium Tak Endemik Pengguna Narkoba	IV-16
4-2 Nilai Parameter untuk Titik Ekuilibrium Endemik Pengguna Narkoba	IV-18



UIN SUSKA RIAU



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Narkoba adalah obat atau bahan berbahaya yang jika di masukkan dalam tubuh manusia, baik secara di minum, di hirup maupun di suntikkan dapat mengubah pikiran, suasana hati atau perasaan dan perilaku seseorang. Selain narkoba, istilah lain yang di perkenalkan khususnya oleh Kementerian Kesehatan Republik Indonesia adalah Napza yang merupakan singkatan dari narkotika, psikotropika, dan zat adiktif.

Di Indonesia, penyalahgunaan narkoba mengalami peningkatan dari waktu ke waktu. Laporan data Badan Narkotika Nasional (BNN) penyalahgunaan narkoba di tahun 2014 sebanyak 2,18% dan pada tahun 2017 sebanyak 1,77% atau sekitar 3,3 juta jiwa. Walaupun jumlah penyalahgunaan narkoba cenderung menurun namun angka tersebut masih tergolong angka yang cukup besar, pada tahun 2018 naik menjadi 2,1%. Kepala BNN Heru Winarko mengatakan, kecenderungan meningkatnya penggunaan narkotika meningkat dengan korban mencakup dari kalangan anak-anak hingga aparat negara pada rentang usia 10 sampai 59 tahun (Ristianto, C, <https://nasional.kompas.com>). Untuk itu perlu adanya perhatian yang lebih dari pemerintah dan masyarakat untuk mengatasi permasalahan narkoba.

Beberapa cara tersebut adalah dengan mengetahui bagaimana pola penyebaran narkoba dan memaksimalkan upaya untuk meredam penyebarannya, yaitu dengan memberikan hukuman seberat-beratnya kepada pengedar dan pecandu narkoba serta melakukan upaya maksimal dalam merehabilitasi para pecandu narkoba. Pemerintah telah melakukan berbagai upaya, upaya tersebut diantaranya melakukan penyuluhan atau penerangan akan bahaya penyalahgunaan narkoba kepada masyarakat dan ke sekolah.

Upaya selanjutnya yang dilakukan pemerintah ialah dengan menyediakan Balai pengobatan yaitu program rehabilitasi dan bahkan menerapkan hukuman

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

untuk penyalahgunaan narkoba. Penerapan hukuman bertujuan untuk membuat efek jera kepada yang memakai narkoba agar tidak memakai narkoba kembali dan kepada yang belum memakai narkoba agar tidak tertarik untuk mencobanya. Hal ini dibuktikan dengan tindakan yang dilakukan pemerintah yang sudah mengeksekusi mati beberapa gembong narkoba. Menurut Yusuf, beratnya hukuman tersebut dilakukan berdasarkan pada golongan, jenis, ukuran, dan jumlah narkoba.

Ternyata, tindakan dari upaya tersebut belum cukup efektif untuk menanggulangi pertambahan jumlah pengguna narkoba yang terus meningkat. Untuk melihat dinamika pertambahan jumlah pengguna narkoba dapat dilakukan dengan memodelkan jumlah pengguna narkoba kedalam bentuk model matematika. Model matematika merupakan representasi dari sistem-sistem fisik atau problem dunia nyata dalam pernyataan matematika. Dengan memodelkan masalah tersebut diharapkan dapat memberikan solusi yang dapat ditempuh dengan memanfaatkan suatu persamaan matematika atau suatu fungsi matematika.

Beberapa penelitian terkait dengan pembahasan ini yaitu (Riry Sriningsih, 2015) dalam jurnalnya yang berjudul “*Pengaruh Hukuman Mati terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia*”. Jurnal tersebut menjelaskan tentang penerapan hukuman mati kepada pengguna dan pengedar narkoba akan berefek mengurangi jumlah penyalahgunaan narkoba untuk masa yang akan datang. (Eli Yuliza, 2014) dalam jurnal yang berjudul “*Model Matematika Jumlah Pemakai Narkoba dengan Program Rehabilitasi*”. Jurnal tersebut menjelaskan, dengan adanya program rehabilitasi maka jumlah pemakai narkoba berkurang di masa yang akan datang.

Kemudian (Putri Rizki Mandasari, dkk., 2018) dalam jurnalnya yang berjudul “*Model Matematika Pengaruh Program Rehabilitasi dan Penerapan Hukuman Terhadap Jumlah Pemakai Narkoba*”. Jurnal tersebut menjelaskan, dengan penerapan hukuman yang besar maka jumlah pemakai narkoba semakin kecil. Sebaliknya jika penerapan hukuman tersebut kecil maka jumlah pemakai narkoba semakin banyak. Jurnal sejenis yang menambahkan efek hukuman yaitu pada jurnal (Fitri Yessi Jami, dkk., 2013) dengan judul “*Model Matematika*



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Pencegahan Pertambahan Jumlah Perokok dengan Penerapan Denda". Jurnal tersebut menjelaskan dengan memperbesar tingkat efektifitas denda yang diberikan kepada perokok dapat memperkecil terjadinya peluang berhasilnya kontak antara perokok dengan orang yang potensial menjadi perokok. Dengan begitu, semakin banyak orang yang insyaf dari kebiasaan merokok akan mengurangi populasi perokok.

Selanjutnya (Dian Fatmasari, dkk., 2017) dalam jurnalnya yang berjudul "*Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV/AIDS dengan Terapi pada Populasi Terbuka*". Jurnal tersebut menjelaskan bahwa laju penyebaran penyakit HIV/AIDS sangat dipengaruhi oleh besarnya laju terapi yang diterima oleh individu yang terinfeksi HIV. Sifat populasi yang terbuka juga berpengaruh terhadap jumlah populasi pada masing-masing subpopulasi. Pada jurnal Riry Sriningsih belum di ketahui tentang adanya migrasi padahal jumlah penduduk sangat di pengaruhi karena ada keluar masuknya penduduk di suatu populasi tersebut. Oleh karena itu, penulis ingin mengembangkan Jurnal Riry Sriningsih dengan menambahkan adanya asumsi migrasi. Penulis memberi judul tugas akhir ini "**Pengaruh Hukuman Mati terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia pada Populasi Terbuka**".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana bentuk model matematika jumlah pengguna narkoba dengan memberikan pengaruh hukuman mati pada populasi terbuka?
2. Bagaimana titik ekuilibrium dan kestabilan titik ekuilibrium dari model matematika jumlah pengguna narkoba dengan memberikan pengaruh hukuman mati pada populasi terbuka?
3. Bagaimana simulasi numerik model matematika jumlah pengguna narkoba dengan memberikan pengaruh hukuman mati pada populasi terbuka?



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1.3 © Hak cipta milik UIN Suska Riau

1.4 UIN Suska Riau

1.5 State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Populasi bersifat terbuka, artinya terjadi proses migrasi.
2. Tidak memperhatikan luas wilayah dan jenis kelamin.
3. Usia anggota populasi terhitung ≥ 10 tahun.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan dari penelitian ini adalah untuk:

1. Memperoleh bentuk model matematika SIR jumlah pengguna narkoba dengan memberikan pengaruh hukuman mati pada populasi terbuka.
2. Memperoleh titik ekuilibrium dan kestabilan titik ekuilibrium dari model matematika jumlah pengguna narkoba dengan memberikan pengaruh hukuman mati pada populasi terbuka.
3. Memperoleh simulasi numerik dari model matematika jumlah pengguna narkoba dengan memberikan pengaruh hukuman mati pada populasi terbuka.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Mahasiswa dapat mengaplikasikan ilmu yang diperoleh di bangku perkuliahan.
2. Mengembangkan model yang ditulis Riry Sriningsih, dengan menambahkan populasi terbuka.
3. Memahami kestabilan titik tetap model matematika jumlah pengguna narkoba dengan memberikan pengaruh hukuman mati pada populasi terbuka.
4. Dapat menjadi acuan bagi pemerintah untuk mengontrol dan meminimalisir jumlah pengguna narkoba dengan penerapan hukuman.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dari lima bab, yaitu:

BAB I Pendahuluan

Bab ini berisikan dasar-dasar penulisan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II Landasan Teori

Pada bab ini menjelaskan tentang sistem persamaan diferensial, titik tetap dan analisa kestabilan titik tetap, serta model matematika pengaruh hukuman mati terhadap dinamika jumlah pengguna narkoba.

BAB III Metodologi Penelitian

Bab ini berisikan tentang rancangan atau bentuk penelitian mengenai model matematika pengaruh hukuman mati terhadap dinamika jumlah pengguna narkoba.

BAB IV Pembahasan

Bab ini berisi tentang penjelasan model matematika pengaruh hukuman mati terhadap dinamika jumlah pengguna narkoba.

BAB V Penutup

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan dan pemaparan pada Bab IV serta saran penulis bagi pembaca atau peneliti selanjutnya yang ingin meneliti lebih lanjut tentang pengaruh hukuman mati terhadap dinamika jumlah pengguna narkoba di Indonesia.

UIN SUSKA RIAU



1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II LANDASAN TEORI

2.1 Sistem Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial yaitu suatu persamaan yang memuat diferensial atau turunan fungsi dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas. Selanjutnya jika turunan fungsi itu hanya bergantung pada satu variabel bebas maka disebut Persamaan Diferensial Biasa (PDB). Sedangkan jika turunan fungsi itu bergantung pada lebih dari satu variabel bebas disebut Persamaan Diferensial Parsial (PDP).

Secara umum bentuk persamaan diferensial linier orde n adalah sebagai berikut:

$$\alpha_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + \alpha_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + \alpha_1(x) \frac{dy}{dx} + \alpha_0(x)y = g(x) \quad (2.1)$$

Sedangkan bentuk persamaan diferensial nonlinear adalah persamaan yang tidak dapat dituliskan ke dalam bentuk Persamaan (2.1) (Sugiarto, 2015).

Apabila terdapat beberapa persamaan diferensial, maka akan terbentuk suatu sistem persamaan diferensial. Bentuk umum dari suatu sistem persamaan diferensial orde pertama adalah sebagai berikut (Perko, 2001):

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Persamaan diferensial (2.2) dapat ditulis sebagai persamaan vektor dengan vektor kolom $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ dan $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$. Sistem persamaan diferensial (2.2) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}). \quad (2.3)$$

Solusi dari (2.3) adalah sekumpulan fungsi diferensial dari n pada suatu interval $a < t < b$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$x_1 = \mathbb{Q}_1(t), \dots, x_n = \mathbb{Q}_n(t),$$

yang memenuhi (2.3) pada interval $a < t < b$.

Sistem persamaan (2.2) adalah sistem linear jika fungsi linear dalam x_1, x_2, \dots, x_n dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + \dots + a_{1n}(t)x_n + g_1(t) \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 + \dots + a_{2n}(t)x_n + g_2(t) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= a_{n1}(t)x_1 + a_{n2}(t)x_2 + \dots + a_{nn}(t)x_n + g_n(t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Persamaan (2.4) dapat ditulis menjadi:

$$\dot{x} = Ax + g, \quad (2.5)$$

dengan,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} g_1(t) \\ \vdots \\ g_n(t) \end{bmatrix}$$

Sistem disebut homogen jika $g = 0$, sehingga:

$$\dot{x} = Ax. \quad (2.6)$$

Jika $g \neq 0$, maka Sistem (2.5) disebut nonhomogen.

Contoh 2.1: Diberikan persamaan diferensial linear

$$\frac{dy}{dx} = 2x - 1$$

Jika suatu persamaan diferensial hanya memiliki satu variabel bebas, turunannya merupakan turunan biasa dan persamaannya disebut persamaan diferensial biasa. Tetapi jika terdapat dua atau lebih variabel bebas, turunannya merupakan turunan parsial dan persamaannya disebut persamaan diferensial parsial. Dari contoh 2.1 merupakan persamaan diferensial biasa karena memiliki satu variabel bebas yaitu x .

Berikut diberikan contoh untuk menentukan persamaan diferensial linear dan non linear.



Contoh 2.2: Diberikan sistem persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1 + 2x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 3x_1 - 4x_2$$

Contoh 2.2 dapat ditulis sebagai berikut:

$$\dot{x} = Ax + g$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Karena sistem persamaan diferensial diatas dapat dibentuk ke dalam Persamaan (2.5) maka sistem tersebut sistem persamaan diferensial linear.

Contoh 2.3: Diberikan sitem persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = 3x_1x_2 - 2x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 3x_1^2 + x_2$$

Karena tidak dapat dibentuk seperti Persamaan (2.5) maka sistem tersebut sistem persamaan diferensial nonlinear.

2.2 Titik Ekuilibrium dan Analisa Kestabilan Titik Ekuilibrium.

Titik ekuilibrium merupakan titik gerak dari vektor keadaan konstan, atau dengan kata lain titik ekuilibrium merupakan solusi yang tetap konstan walaupun waktu terus berganti.

Definisi 2.1 (Perko, 2001) Titik $x^* \in R^n$ disebut titik ekuilibrium dari suatu sistem persamaan diferensial yaitu:

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.7)$$

jika $f(x^*) = 0$.

Terdapat dua jenis titik ekuilibrium dalam model matematika penyebaran pemakai narkoba yaitu, titik ekuilibrium tak endemik pemakai narkoba dan titik ekuilibrium endemik pemakai narkoba. Titik ekuilibrium tak endemik pemakai narkoba terjadi jika dalam suatu populasi titik terdapat individu pemakai narkoba sedangkan titik ekuilibrium endemik pemakai narkoba yaitu suatu keadaan dimana di dalam populasi tersebut selalu terdapat individu pemakai narkoba.



Sedangkan kestabilan titik ekuilibrium dapat dijelaskan menggunakan definisi berikut ini:

Definisi 2.2 (Perko, 2001) Titik ekuilibrium $\mathbf{x}^* \in \mathbf{R}^n$ dari Sistem (2.7) dikatakan:

- Stabil jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian sehingga untuk solusi $\mathbf{x}(t)$ yang memenuhi $\|\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}^*\| < \delta$ maka berakibat $\|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^*\| < \varepsilon$ untuk setiap $t \leq t_0$.
- Stabil asimtotik jika titik ekuilibrium $\mathbf{x}^* \in \mathbf{R}^n$ stabil dan terdapat bilangan $\delta_0 > 0$ sehingga untuk setiap solusi $\mathbf{x}(t)$ yang memenuhi $\|\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}^*\| < \delta_0$ berakibat $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^*$.
- Titik stabil jika titik ekuilibrium $\mathbf{x}^* \in \mathbf{R}^n$ tak memenuhi (a).

Untuk menguji apakah titik ekuilibrium stabil atau tidak, maka digunakan kriteria nilai eigen atau kriteria Routh-Horwitz. Berikut diberikan definisi nilai eigen.

Definisi 2.3 (Anton, 2004) Jika \mathbf{A} adalah sebuah matriks $n \times n$, maka vektor \mathbf{x} yang tidak nol di \mathbf{R}^n disebut vektor eigen dari matriks \mathbf{A} jika \mathbf{Ax} adalah kelipatan skalar dari \mathbf{x} , berlaku:

$$\mathbf{Ax} = \lambda \mathbf{x} \quad (2.8)$$

untuk skalar sebarang λ . Skalar λ disebut nilai eigen dari matriks \mathbf{A} dan \mathbf{x} disebut sebagai vektor eigen dari matriks \mathbf{A} yang terkait dengan λ .

Untuk menentukan nilai eigen dari matriks \mathbf{A} yang berukuran $n \times n$, maka Persamaan (2.8) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{Ax} = \lambda \mathbf{Ix},$$

atau secara ekuivalen,

$$(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (2.9)$$

dimana \mathbf{I} merupakan matriks identitas. Agar λ dapat menjadi nilai eigen, harus terdapat satu solusi tak nol dari Persamaan (2.9). Persamaan (2.9) memiliki solusi tak nol jika dan hanya jika:

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0 \quad (2.10)$$

Persamaan (2.10) disebut persamaan karakteristik matriks \mathbf{A} .



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Kestabilan titik ekuilibrium x^* dapat ditentukan dengan memperhatikan nilai-nilai eigen, yaitu $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$ yang diperoleh dari persamaan karakteristik.

Teorema 2.1 (M. Braun, 1983) diberikan persamaan diferensial $\dot{x} = Ax$ dengan A adalah matriks berukuran $n \times n$.

- Titik ekuilibrium x^* dikatakan stabil, jika semua nilai eigen A memiliki bagian nyata negatif.
- Titik ekuilibrium x^* dikatakan tidak stabil, jika setidaknya satu nilai eigen dari A memiliki bagian positif *real*.

Jika nilai eigen dari persamaan karakteristik sistem sulit ditentukan maka digunakan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz. Kriteria Routh-Hurwitz merupakan kriteria yang penting diterapkan dalam analisa stabilitas suatu sistem linear. Karena kriteria kestabilan Routh-Hurwitz ini tidak melihat tanda bagian real dari nilai eigen atau akar-akar persamaan karakteristik secara langsung melainkan melihat koefisien dari persamaan karakteristik.

Teorema 2.2 (Allen, 2007) Jika diberikan persamaan karakteristik, yaitu:

$$P(\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n,$$

dimana a_j adalah koefisien yang merupakan bilangan real, $j = 1, 2, \dots, n$. Diperoleh matriks hurwitz menggunakan koefisien a_j dari persamaan polinomial karakteristik yang didefinisikan sebagai berikut:

$$H_1 = (a_1), \quad H_2 = \begin{pmatrix} a_1 & 1 \\ a_3 & a_2 \end{pmatrix}, \quad H_3 = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{pmatrix},$$

$$H_n = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & 1 & \dots & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_2 \end{pmatrix}$$

dimana $a_j = 0$ jika $j > n$.

Akar-akar dari persamaan karakteristik polinomial $P(\lambda)$ adalah negatif atau memiliki bagian real negatif jika dan hanya jika determinan dari semua matriks Hurwitz adalah positif:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak Cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\det(H_j) > 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Ketika $n = 2$ kriteria Routh-Hurwitz untuk $\det(H_1) = a_1 > 0$, dan $\det(H_2) = \det \begin{pmatrix} a_1 & 1 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix} = a_1 a_2 > 0$ atau $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$.

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz untuk polinomial berderajat $n = 2, 3, 4$ dan 5 dinyatakan bahwa titik ekuilibrium stabil, jika:

$$n = 2: a_1 > 0 \text{ dan } a_2 > 0$$

$$n = 3: a_1 > 0, a_3 > 0 \text{ dan } a_1 a_2 > 0$$

$$n = 4: a_1 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0 \text{ dan } a_1 a_2 a_3 > a_3^2 + a_1^2 a_4$$

$$n = 5: a_1 > 0, i = 1, 2, 3, 4, 5, a_1, a_2, a_3 > a_3^2 + a_1^2 a_4 \quad \text{dan}$$

$$(a_1 a_4 - a_5)(a_1 a_2 a_3 > a_3^2 + a_1^2 a_4) > a_5(a_1 a_2 - a_3)^2 + a_1 a_5^2.$$

Contoh 2.4: Diberikan sistem persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = x + 2y$$

$$\frac{dy}{dt} = 3x + 2y$$

Tentukan titik ekuilibrium dan kestabilan dari sistem tersebut.

Penyelesaian:

$$x + 2y = 0 \quad |\times 3| \quad 3x + 6y = 0$$

$$3x + 2y = 0 \quad |\times 1| \quad \underline{3x + 2y = 0} \quad -$$

$$4y = 0$$

$$y^* = 0$$

$$x + 2y = 0$$

$$x + 2(0) = 0$$

$$x^* = 0$$

Diperoleh titik ekuilibriumnya $(x^*, y^*) = (0, 0)$. Selanjutnya menentukan kestabilan dari titik ekuilibrium $(0, 0)$ dengan menghitung nilai eigen tersebut.

Contoh 2.5: Berdasarkan contoh 2.4 diketahui Sistem persamaan differensial:

$$\frac{dx}{dt} = x + 2y$$

$$\frac{dy}{dt} = 3x + 2y$$



1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Diperoleh matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Akan dicari nilai eigen dari matriks A diatas:

$$\det(\lambda I - A)x = 0$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} \lambda - 1 & -2 \\ -3 & \lambda - 2 \end{bmatrix} \right) = 0$$

sehingga diperoleh nilai eigen dari matriks tersebut sebagai berikut:

$$(\lambda - 1)(\lambda - 2) - 6 = 0$$

$$\lambda^2 - 2\lambda - 1\lambda + 2 - 6 = 0$$

$$\lambda^2 - 3\lambda - 4 = 0$$

$$\lambda_1 = 4 \text{ dan } \lambda_2 = -1$$

Maka dari titik ekuilibrium $(x^*, y^*) = (0,0)$, diperoleh kestabilan nilai eigen tidak stabil karena satu nilai eigen dari A memiliki bagian positif *real*.

Contoh 2.6:

Selidiki apakah persamaan karakteristik dibawah ini memenuhi kriteria Routh-Hurwitz?

$$P(\lambda) = \lambda^3 + 5\lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0$$

Berdasarkan persamaan tersebut, maka didapat $a_1 = 5, a_2 = 3, a_3 = 2$. Kemudian nilai j dari persamaan karakteristik diatas adalah 3, sehingga matriks Hurwitznya hanya sampai a_5 . Akan dibuktikan semua determinan matriks Hurwitznya adalah positif.

$$\text{Untuk } H_1 = (a_1), \det(H_1) = |5| = 5 > 0.$$

$$\text{Untuk } H_2 = \begin{pmatrix} a_1 & 1 \\ a_3 & a_2 \end{pmatrix}, \det(H_2) = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 15 > 0.$$

$$\text{Untuk } H_3 = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{pmatrix}, \det(H_3) = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 26 > 0.$$

Karena semua determinan matriks Hurwitznya positif, maka persamaan karakteristik diatas memenuhi kriteria Routh-Hurwitz dan dapat dinyatakan stabil.



Untuk suatu sistem persamaan diferensial nonlinear, analisis kestabilan dilakukan melalui pelinearan. Misalkan diberikan sistem persamaan diferensial biasa nonlinear sebagai berikut:

$$\dot{x} = f(x), x^* \in R^n. \quad (2.11)$$

Dengan menggunakan ekspansi Taylor untuk suatu titik ekuilibrium x^* , maka Persamaan (2.11) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\dot{x} = J(x) + \varphi(x), \quad (2.12)$$

dengan J adalah matriks Jacobi yang dinyatakan sebagai berikut:

$$J = \frac{\partial f}{\partial x}(x^*)$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

dan $\varphi(x)$ adalah suku berorde tinggi yang bersifat $\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = 0$, dengan $J(x)$ pada Persamaan (2.12) disebut pelinearan dari Persamaan (2.11) yang didapat dalam bentuk $\dot{x} = J(x)$.

Untuk menguji kestabilan titik ekuilibrium sistem persamaan diferensial nonlinear dapat menggunakan kriteria nilai eigen atau kriteria Routh-Hurwitz.

Teorema 2.3 (Perko, 2001) Selanjutnya akan diberikan teorema tentang sifat kestabilan lokal dari Persamaan (2.13) yang ditinjau dari nilai eigen Matriks Jacobian $J(x)$.

- Jika Matriks Jacobian $J(x)$ mempunyai $\lambda_i < 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ maka x dari Persamaan (2.2) stabil asimtotik lokal.
- Jika terdapat nilai eigen Matriks Jacobian $J(x)$ yang mempunyai bagian real positif, maka titik tetap x dari Persamaan (2.2) tidak stabil.

2. Rasio Reproduksi Dasar (R_0)

Untuk mengetahui tingkat penyebaran pengguna narkoba diperlukan suatu parameter tertentu. Parameter yang biasa digunakan adalah Rasio Reproduksi Dasar (*Basic Reproduction Number*). Rasio Reproduksi Dasar adalah bilangan



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

yang menyatakan banyaknya rata-rata individu infeksi sekunder akibat tertular individu primer yang berlangsung di dalam populasi *susceptible*. Kondisi yang timbul adalah salah satu di antara kemungkinan berikut:

- Jika $R_0 < 1$ maka pengguna narkoba akan menghilang.
- Jika $R_0 > 1$ maka pengguna narkoba akan semakin banyak.

Misalkan terdapat n subpopulasi terinfeksi dan m subpopulasi tidak terinfeksi. Selanjutnya dimisalkan pula x menyatakan subpopulasi terinfeksi dan y menyatakan subpopulasi tidak terinfeksi (rentan dan sembuh), dan $x \in R^n$ dan $y \in R^m$ untuk $m, n \in N$, sehingga:

$$y' = \varphi_i(x, y) - \psi_i(x, y) \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n$$

Dengan φ_i adalah laju infeksi sekunder yang menambah pada subpopulasi terinfeksi dan ψ_i adalah laju perkembangan pengguna narkoba, kematian dan kesembuhan yang mengakibatkan berkurangnya populasi dari subpopulasi terinfeksi. Persamaan dari subpopulasi terinfeksi yang telah dilinearisi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y'(F - V)x$$

dengan F dan V adalah matriks berukuran $n \times n$ dan $F = \frac{\partial \varphi_i}{\partial u_i}(y_0, 0)$ dan

$$V = \frac{\partial \psi_i}{\partial u_i}(y_0, 0).$$

Selanjutnya didefinisikan matriks K sebagai:

$$K = FV^{-1}$$

dengan K disebut sebagai *next generation matrix*. Nilai harapan dari infeksi sekunder pada populasi rentan adalah radius spektral (nilai eigen dominan) dari matriks K (Driesse dan Watmough, 2001) sehingga:

$$R_0 = \rho(K) = \rho(FV^{-1}).$$

2.4 Model Matematika Pengaruh Hukuman Mati Terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba

Model dinamika jumlah pengguna narkoba merupakan modifikasi dari model epidemik. Pada model matematika epidemik, penularan penyakit yang terjadi disebabkan karena adanya kontak langsung antara individu terinfeksi



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dianggap mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dengan individu rentan, sedangkan pada model ini, penularan kebiasaan menggunakan narkoba disebabkan karena adanya interaksi negatif antara individu pengguna narkoba dengan individu rentan menggunakan narkoba. Model matematika yang didapatkan adalah model matematika dinamika jumlah pengguna narkoba dengan memperhatikan dampak yang ditimbulkan dari hukuman mati yang sudah diberlakukan pemerintah.

Populasi pada model ini dibagi menjadi 3 kelompok yaitu S menyatakan kelompok individu rentan menggunakan narkoba, I menyatakan kelompok individu yang menggunakan narkoba atau menggunakan sekaligus mengedarkan narkoba, R menyatakan kelompok individu yang berhenti menggunakan narkoba namun dapat menjadi pengguna narkoba lagi karena beberapa faktor.

Adapun asumsi-asumsi dan parameter yang digunakan dalam membentuk model dinamika jumlah pengguna narkoba dengan mempertimbangkan efek hukuman mati yang sudah di berlakukan pemerintah adalah sebagai berikut:

1. Usia terendah anggota populasi adalah 6 tahun
2. Adanya kematian yang tidak disebabkan oleh penyalahgunaan narkoba (kematian alami)
3. Adanya kematian yang disebabkan oleh penyalahgunaan narkoba (overdosis)
4. Setiap individu yang berusia 6 tahun di asumsikan rentan menggunakan narkoba
5. Individu yang berhenti menggunakan narkoba dimungkinkan untuk dapat kembali lagi menjadi individu yang menggunakan narkoba
6. Penularan kebiasaan menyalahgunakan narkoba terjadi karena adanya interaksi negatif (salah pergaulan yang didukung dengan lingkungan sekitar yang tidak baik dan keinginan individu rentan untuk mencoba) antara kelompok individu pengguna narkoba dengan kelompok individu rentan
7. Adanya hukuman mati yang sudah diberlakukan pemerintah

Berikutnya, parameter yang digunakan adalah b menyatakan tingkat pertambahan usia individu menjadi 6 tahun, μ menyatakan tingkat kematian individu yang tidak disebabkan oleh penyalahgunaan narkoba (kematian alami), d

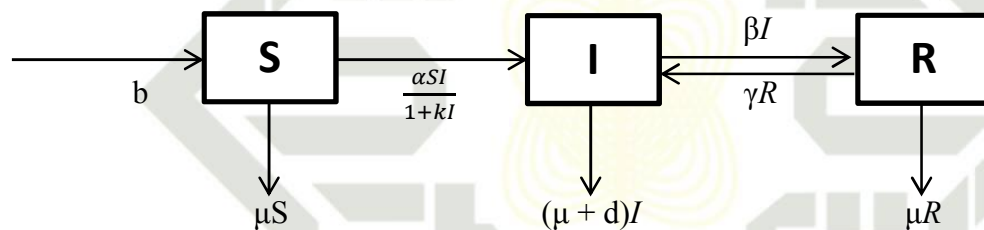


Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarung mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

menyatakan tingkat kematian individu yang disebabkan karena penyalahgunaan narkoba seperti overdosis, α menyatakan tingkat penularan kebiasaan menyalahgunakan narkoba terjadi karena adanya interaksi negatif (salah pergaulan yang didukung dengan lingkungan sekitar yang tidak baik dan keinginan individu rentan untuk mencoba) antara kelompok individu pengguna narkoba dengan kelompok individu rentan, k menyatakan efek/dampak hukuman mati yang sudah diberlakukan pemerintah, β menyatakan tingkat kesembuhan (individu yang berhenti menggunakan narkoba) dan γ menyatakan tingkat individu yang sudah berhenti menggunakan narkoba menjadi individu pengguna narkoba kembali.

Berdasarkan keterangan di atas, maka di peroleh diagram alir dari *Model Matematika Pengaruh Hukuman Mati terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia* oleh jurnal Riry Sriningsih (2015) sebagai berikut:



Gambar 2.1 Diagram alir Model Matematika Pengaruh Hukuman Mati terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia

Berdasarkan diagram alir di atas maka diperoleh sistem persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= b - \mu S - \frac{\alpha SI}{1 + kI} \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\alpha SI}{1 + kI} - (\mu + d)I - \beta I + \gamma R \\ \frac{dR}{dt} &= \beta I - (\mu + \gamma)R\end{aligned}$$

Dengan daerah definisi

$$\{(S, I, R) : S + I + R \leq \frac{b}{\mu}; S > 0; I, R \geq 0; \alpha > 0; b, \mu, d, k, \beta, \gamma \geq 0\}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan penulis pada tugas akhir ini adalah dengan cara studi literatur, yaitu mempelajari buku-buku dan jurnal-jurnal yang berkaitan dengan pokok permasalahan. Untuk lebih detailnya, langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

- Mendefinisikan variabel dan parameter yang digunakan.
- Membuat asumsi-asumsi yang melibatkan variabel dan parameter, dalam penelitian ini penulis mengasumsikan bahwa:
 - Populasi bersifat terbuka, dimana dalam populasi terjadi proses migrasi, perubahan pada jumlah populasi disebabkan oleh migrasi.
 - Proses imigrasi dan emigrasi terjadi pada semua subpopulasi.
- Diberikan model SIR pengaruh hukuman mati terhadap dinamika jumlah pengguna narkoba di Indonesia oleh Riry Sriningsih, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= b - \mu S - \frac{\alpha SI}{1+kl} \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\alpha SI}{1+kl} - (\mu + d)I - \beta I + \gamma R \\ \frac{dR}{dt} &= \beta I - (\mu + \gamma)R\end{aligned}\quad (3.1)$$

- Berdasarkan Model (3.1), penulis menambahkan asumsi adanya migrasi dalam populasi sehingga diperoleh model terbaru dari penulis, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= m_1 + b - (\mu + m_2)S - \frac{\alpha SI}{1+kl} \\ \frac{dI}{dt} &= m_1 + \frac{\alpha SI}{1+kl} - (\mu + d + m_2)I - \beta I + \gamma R \\ \frac{dR}{dt} &= m_1 + \beta I - (\mu + \gamma + m_2)R\end{aligned}$$

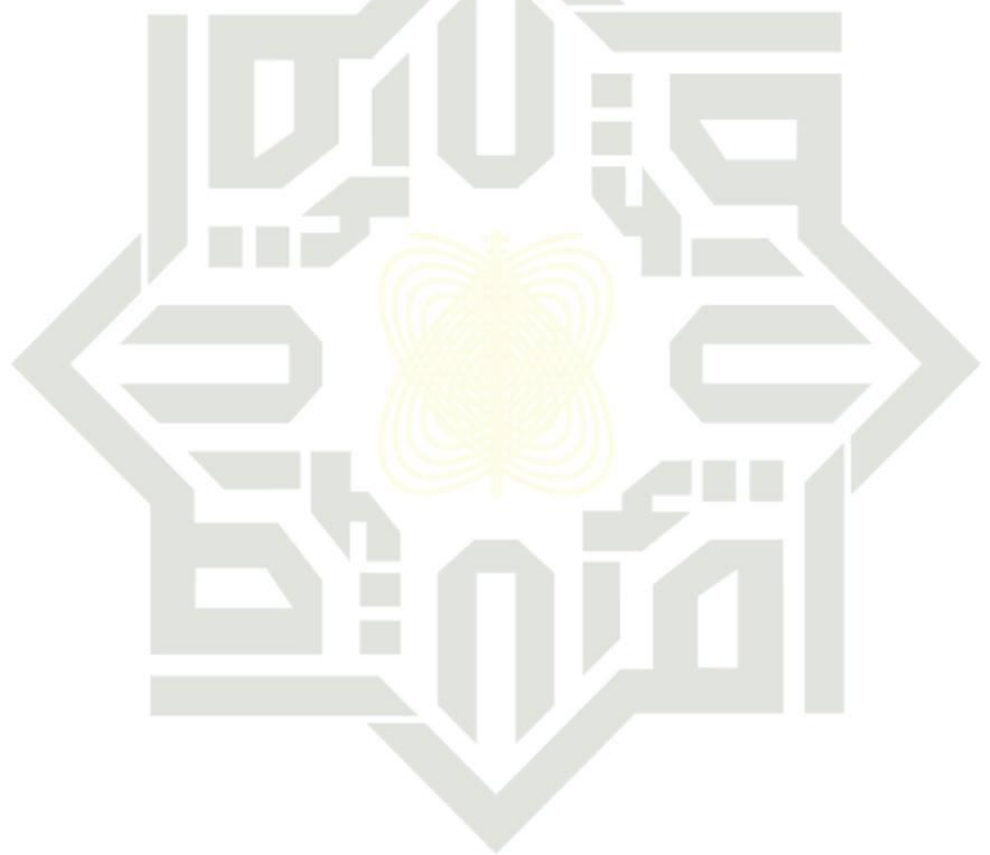
- Berdasarkan langkah (4) ditentukan titik ekuilibrium model yang terbaru, dengan cara mengubah sistem persamaan diferensial pada model baru menjadi nol.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

6. Dari model baru yang diperoleh dengan langkah (4) ditentukan nilai reproduksi dasar (R_0).
7. Selanjutnya, akan di analisa kestabilan titik ekuilibrium yang diperoleh dari model yang terbaru. Untuk menganalisis kestabilan titik ekuilibrium dilakukan linearisasi pada sistem dengan menentukan Matriks Jacobian yang telah di dapat. Setelah diperoleh nilai eigen tersebut, selanjutnya menentukan nilai karakteristik Routh-Hurwitz.
8. Membuat simulasi numerik menggunakan *software maple*.
9. Menarik kesimpulan dari pembahasan secara menyeluruh dan memberi saran.



UIN SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V PENUTUP

Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

- Model SIR Pengaruh Hukuman Mati Terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia pada Populasi Terbuka :

$$\frac{dS}{dt} = b - (\mu - m_1 + m_2)S - \frac{\alpha SI}{1+kl}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\alpha SI}{1+kl} - (\mu - m_1 + m_2 + d)I - \beta I + \gamma R$$

$$\frac{dR}{dt} = \beta I - (\mu - m_1 + m_2 + \gamma)R$$

Dengan daerah definisi

$$\{(S, I, R): S + I + R \leq \frac{b}{D_1}; S > 0; I > 0; R \geq 0; \alpha > 0; b, \mu, d, k, \beta, \gamma \geq 0\}.$$

- Terdapat dua titik ekuilibrium pada model matematika Pengaruh Hukuman Mati Terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia pada Populasi Terbuka, yaitu:

a. Titik ekuilibrium tak endemik pengguna narkoba $P^0 = \left(\frac{b}{D_1}, 0, 0\right)$

b. Titik ekuilibrium endemik pengguna narkoba

$$P^1 = \left(\left(1 + k \left(\frac{b - D_1 \left(\frac{(D_2 + \beta)D_3 - \beta\gamma}{\alpha D_3} \right)}{\left(\frac{(D_2 + \beta)D_3 - \beta\gamma}{\alpha D_3} \right) (D_1 k + \alpha)} \right) \right) \left(\frac{(D_2 + \beta)D_3 - \beta\gamma}{\alpha D_3} \right), \right. \\ \left. \frac{b - D_1 \left(\frac{(D_2 + \beta)D_3 - \beta\gamma}{\alpha D_3} \right)}{\left(\frac{(D_2 + \beta)D_3 - \beta\gamma}{\alpha D_3} \right) (D_1 k + \alpha)}, \right. \\ \left. \frac{\beta}{D_3} \left(\frac{b - D_1 \left(\frac{(D_2 + \beta)D_3 - \beta\gamma}{\alpha D_3} \right)}{\left(\frac{(D_2 + \beta)D_3 - \beta\gamma}{\alpha D_3} \right) (D_1 k + \alpha)} \right) \right)$$

$$\text{dengan } R_0 = \frac{\alpha b}{D_1(D_2 + \beta)}.$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Ada dua kestabilan titik ekuilibrium pada model matematika Pengaruh Hukuman Mati Terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia pada Populasi Terbuka, yaitu:

a. Kestabilan titik ekuilibrium tak endemik pengguna narkoba akan stabil asimtotik jika $R_0 - \frac{D_3}{D_2 + \beta} < 1$ dan $R_0 + \frac{\beta\gamma}{D_3} < 1$, yang berarti untuk jangka waktu yang lama tidak terjadi endemik pengguna narkoba atau dalam populasi tidak ada yang menggunakan narkoba.

b. Kestabilan titik ekuilibrium endemik pengguna narkoba akan stabil asimtotik jika $a_1 = 1.278586591 > 0$, $a_2 = 0.2491583066 > 0$ dan $a_1 a_2 - a_3 = 0.30405011 > 0$ yang berarti dalam jangka waktu yang cukup lama di dalam populasi selalu terjadi endemik pengguna narkoba atau selalu terdapat individu yang menggunakan narkoba.

- Untuk mengurangi jumlah individu yang menyalahgunakan narkoba, maka parameter yang harus di kontrol adalah meminimalkan m_1 (imigrasi) dengan memeriksa orang yang berdatangan dari luar dan meminimalkan α (penularan kebiasaan menyalahgunakan narkoba) dengan seminar-seminar kepada masyarakat tentang bahaya narkoba, perhatian orang tua terhadap pergaulan anak-anaknya, dll; Memperbesar β (individu yang berhenti menggunakan narkoba) dengan cara berobat untuk menghilangkan kecanduan narkoba dan k (efek/dampak hukuman mati yang sudah diberlakukan pemerintah) dengan cara lebih meningkatkan penerapan hukuman mati kepada pengedar narkoba.

5. Saran

Penelitian ini membahas tentang model matematika Pengaruh Hukuman Mati Terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia pada Populasi Terbuka. Bagi pembaca yang tertarik dengan pembahasan ini bisa menggunakan model lain dengan pengaruh *treatment* dalam proses penyebarannya.



DAFTAR PUSTAKA

© Hak Cipta dimiliki UIN Suska Riau
State Islam University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- Allen, L. J. S. “*An Introduction to Mathematical Biology*”. Pearson: Inggris. 2007.
- Anton, R., dkk. “*Aljabar Linier Elementer*”. Edisi Kedelapan Jilid 1. Jakarta: Erlangga. 2004.
- Braun, M. “*Differential Equations and Their Application*”. Department of Mathematics Queens College University New York, USA. 1983.
- Driessche, P & Watmough, J. “*Reproduction Number and Sub-Threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmissions*”. Mathematical Biosciences. 2002. 180:29-48.
- Fatmasari, D. “Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV/AIDS dengan Terapi pada Populasi Terbuka”. *Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau, Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, Vol.3, No.1. 2017
- Jami, F. Y., dkk. “Model Matematika Pencegahan Pertambahan Jumlah Perokok dengan Penerapan Denda”. *Student Of Mathematics Departement State University of Padang, Indonesia. UNP Journal of Mathematics*. Vol.2, No 1, halaman 15-19. 2013
- Mandasari, P. R. “Model Matematika Pengaruh Program Rehabilitasi dan Penerapan Hukuman terhadap Jumlah Pemakai Narkoba”. *Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau, Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, Vol.4, No.2. 2018.
- Perko, L., “*Differential Equation and Dynamical system*”. Department of Mathematics Northem Arizona University Flagstaf, USA. 2001.
- Ristiano, C. “BNN Sebut Penyalahgunaan dan Peredaran Narkotika Semakin Meningkat”. <https://nasional.kompas.com/read/2019/06/26/11421691/bnn-sebut-penyalahgunaan-dan-peredaran-narkotika-semakin-meningkat>. [diakses pada tanggal 7 Juli 2019].
- Sugiarto. “*Persamaan Differensial*”. Yogyakarta: Binafi Publisher. 2015.
- Simingsih, R. “Pengaruh Hukuman Mati terhadap Dinamika Jumlah Pengguga Narkoba di Indonesia”. *Jurusan Matematika, Universitas Negeri padang, Padang Indonesia*. Vol.1, No.2. 2015.



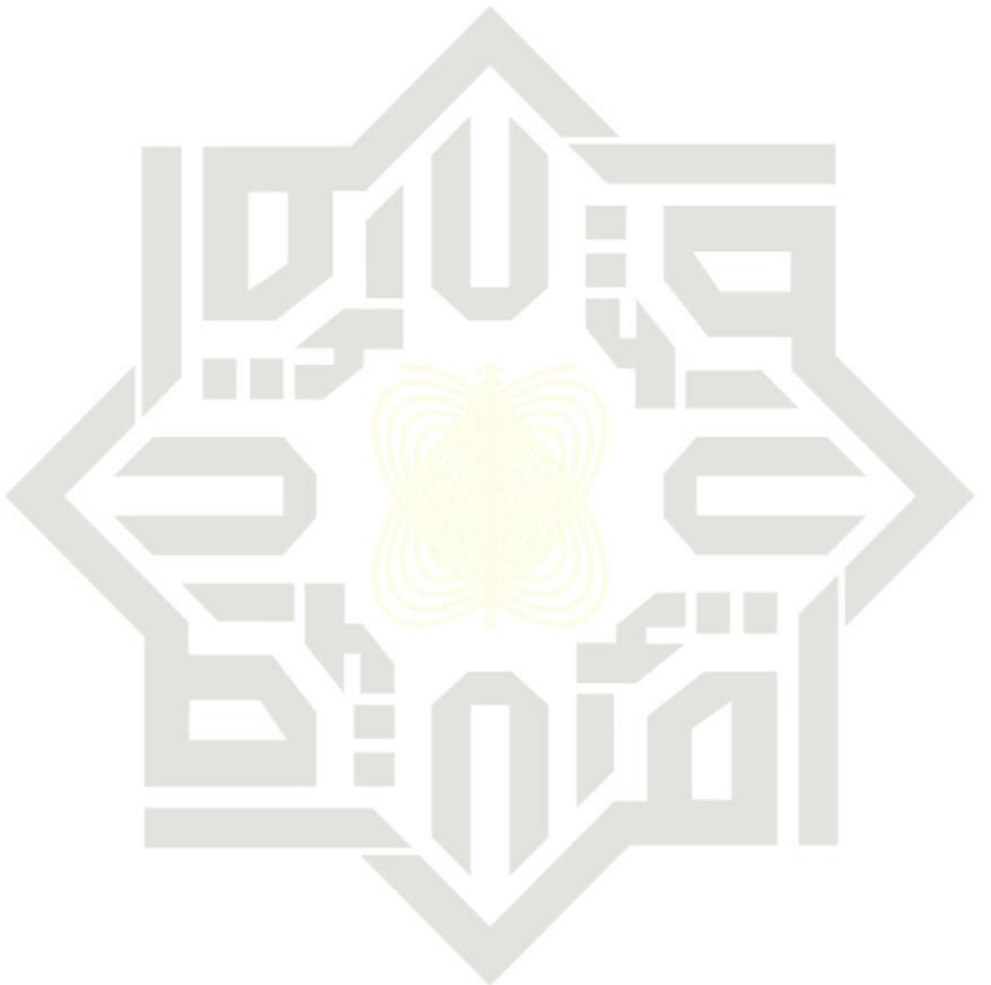
Yuliza, E., dkk. “Model Matematika Jumlah Pemakai Narkoba dengan Program Rehabilitasi”. *Mathematics Department State University of Padang, UNP Journal Mathematics*. Vol.1. 2014.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



UIN SUSKA RIAU



DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan di Pekanbaru, 08 November 1996, sebagai anak kedua dari empat bersaudara dari pasangan Bapak Wolter P.Tua Sihotang dan Ibu Damola Br.Tompul. Penulis menyelesaikan Pendidikan Formal pada Sekolah Dasar Negeri 023 Pekanbaru Riau Tahun 2008. Menyelesaikan Pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMPN 24 Pekanbaru pada Tahun 2011 dan menyelesaikan Sekolah Menengah Atas dengan jurusan (IPA) di SMA SERIRAMA Pekanbaru pada Tahun 2014. Setelah menyelesaikan studi di bangku SMA, pada tahun yang sama penulis melanjutkan Pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan lulus di Fakultas Sains dan Teknologi dengan Jurusan Matematika.

Pada Bulan Juli-September 2017 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Lenggadai Hulu, Kecamatan Rimba Melintang, Kabupaten Rokan Hilir, Riau. Pada Bulan Januari 2018 penulis melaksanakan Kerja Praktek di Dinas Perumahan, Kawasan Permukiman dan Pertanahan Provinsi Riau dengan judul “Analisis Pengaruh Luas Jalan yang Disemenisasi Terhadap Besarnya Dana yang Dibutuhkan di Provinsi Riau Menggunakan Regresi Linear Sederhana “ yang dibimbing oleh Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Sc dan Bapak Aditya Wijaya Raznur Putra, M.T pada tanggal 23 Januari 2018 sampai dengan 23 Februari 2018 dan diseminarkan pada tanggal 26 April 2018.

Penulis dinyatakan lulus dalam ujian sarjana pada tanggal Desember 2019 dengan judul tugas akhir “Pengaruh Hukuman Mati Terhadap Dinamika Jumlah Pengguna Narkoba di Indonesia pada Populasi Terbuka” dibawah bimbingan Bapak Mohammad Soleh, M.Sc.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.